

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 24 februarie 2024

Clasa a VII-a

SUBIECTUL I

Se consideră numerele:

$$A = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2\cdot 1}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3\cdot 2}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4\cdot 3}} + \dots + \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2024}}{\sqrt{2025\cdot 2024}} \text{ și } B = 2 + 4 + 6 + \dots + 88.$$

- Arătați că $\sqrt{A \cdot B}$ și $\sqrt{\frac{A}{B}}$ sunt numere raționale;
- Arătați că dacă pentru numerele raționale strict pozitive x și y , $\sqrt{x \cdot y}$ este număr rațional, atunci și $\sqrt{\frac{x}{y}}$ este număr rațional.

SUBIECTUL II

Aflați numerele de forma \overline{abc} pentru care $\sqrt{\overline{abc}} = 2(a + b + c)$.*(Gazeta Matematică nr. 10 / 2023)*

SUBIECTUL III

În romb ABCD, E este mijlocul laturii AD, iar $M \in CE$, astfel încât $BM \perp CE$.

- Aflați raportul dintre aria patrulaterului ABCE și aria rombului ABCD;
- Arătați că triunghiul AMD este isoscel.

SUBIECTUL IV

Triunghiul ABC, $\sphericalangle A = 90^\circ$, $\sphericalangle C = 30^\circ$, este înscris în cercul $C(O, r)$. Tangenta în punctul A la cercul $C(O, r)$ intersectează dreapta BC în punctul M.

- Arătați că $BC = 2BM$;
- Dacă N este un punct situat pe arcul mic AC, $AB \cap CN = \{E\}$, $AC \cap BN = \{F\}$, iar $EF \cap AM = \{P\}$, stabiliți natura triunghiului AFP.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii

Durata probei scrise este de 3 ore

Fiecare subiect se punctează cu maxim 7 puncte.